

UNIVERZITET UNION  
FAKULTET ZA GRADITELJSKI MENADŽMENT

# ZADACI ZA PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE

Dr Marina Lj. Milovanović, docent  
MSc Zorica D. Milovanović, asistent

## Sadržaj

<i>I ALGEBARSKI IZRAZI</i> .....	3
<i>II LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE</i> .....	5
<i>III STEPENOVANJE I KORENOVANJE</i> .....	7
<i>IV KVADRATNA JEDNAČINA I KVADRATNA FUNKCIJA</i> .....	8
<i>V EKSPONENCIJALNA I LOGARITAMSKA FUNKCIJA</i> .....	9
<i>VI TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE</i> .....	11
<i>VII POLIEDRI</i> .....	12
<i>VIII OBRTNA TELA</i> .....	14

## I ALGEBARSKI IZRAZI

1. Dati su polinomi  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$  i  $Q(x) = x^2 + x + 1$ . Odrediti polinome:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $P(x) \cdot Q(x)$

**Rešenje:**

a)  $x^3 + 3x^2 + x$

b)  $x^3 + x^2 - x - 2$

c)  $x^5 + 3x^4 + 3x^3 + x^2 - x - 1$

2. Odrediti parametre  $a, b, c$  tako da su polinomi  $P(x)$  i  $Q(x)$  identično jednaki:

a)  $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 13x - 6$  i  $Q(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

b)  $P(x) = 2x^3 - x^2 + x + 4$  i  $Q(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$

**Rešenje:**

a)  $a = 2, b = -5, c = 3$

b) ne postoji

3. Odrediti kvadrat izraza:

a)  $(3xy - 4)$

b)  $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$

**Rešenje:**

a)  $9x^2y^2 - 24xy + 16$

b)  $2a^2 + 2\sqrt{6}ab + 3b^2$

4. Skratiti razlomke:

$$\text{a) } \frac{a(x+2)^2}{2a^2(x+2)}$$

$$\text{b) } \frac{a^2 - 9}{ab + 3b - a - 3}$$

**Rešenje:**

$$\text{a) } \frac{x+2}{2a} \quad \text{b) } \frac{a-3}{b-1}$$

5. Uprostiti racionalne izraze:

$$\text{a) } \frac{x-3}{x-5} - \frac{x+3}{x-5}$$

$$\text{b) } \frac{16x - x^2}{x^2 - 4} + \frac{3 + 2x}{2 - x} - \frac{2 - 3x}{x + 2}$$

**Rešenje:**

$$\text{a) } \frac{6}{5-x} \quad \text{b) } \frac{1}{x+2}$$

6. Uprostiti izraze:

$$\text{a) } \frac{a^2 - ab}{a^2 + ab} \cdot \frac{a^2b + ab^2}{ab}$$

$$\text{b) } \frac{4x^2y^2}{15b^3c} : \frac{8x^3y^3}{5c^2b^2}$$

**Rešenje:**

$$\text{a) } a - b \quad \text{b) } \frac{c}{6bxy}$$

7. Uprostiti racionalni izraz:

$$\frac{a^2 - a - 6}{a^2 - 4} - \frac{a - 1}{2 - a} - 2$$

**Rešenje:**

0

## II LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

8. Koristeći ekvivalenciju  $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \wedge B \neq 0$  rešiti jednačinu:

a)  $\frac{x - 3}{x + 1} = 0$

b)  $\frac{6x - 1}{2 + x} = 3$

**Rešenje:**

a)  $x = 3 \wedge x \neq -1$

b)  $x = \frac{7}{3} \wedge x \neq -2$

9. Rešiti jednačinu:

$$\frac{9x + 1}{4x - 3} - 3 = \frac{1 - x}{20x - 15} + \frac{2x + 5}{4x - 3}$$

**Rešenje:**

$$x = 1 \wedge x \neq \frac{3}{4}$$

10. Rešiti jednačinu:

$$\frac{1+3x}{3x-1} + \frac{1-3x}{1+3x} = \frac{12}{1-9x^2}$$

**Rešenje:**

$$x = -1$$

11. Rešiti nejednačinu:

$$\frac{x-1}{x-2} < \frac{3}{2}$$

**Rešenje:**

$$x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$$

12. Rešiti datu konjukciju (sistem):

$$2x+3 \geq x+1 \quad \wedge \quad x+3 \geq 2x-6$$

**Rešenje:**

$$-2 \leq x \leq 9$$

13. Rešiti dvojnu nejednačinu po n:

$$-3 < \frac{n-1}{n+1} < 5$$

**Rešenje:**

$$n \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

### III STEPENOVANJE I KORENOVANJE

14. Uprostiti izraz:

$$\frac{27x^{-2}y^{-3}}{3^2x^{-4}y^2}$$

Rešenje:  $\frac{3x^2}{y^5}$

15. Uprostiti izraz:

$$\left(\frac{2^x + 2^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{2^x - 2^{-x}}{2}\right)^2$$

Rešenje: 1

16. Ako je  $A = \frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-1} - b^{-1}}$  i

$$B = \left(\frac{a^{-1}}{a^{-1} - b^{-1}} - \frac{b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}}\right)(a^{-1} - b^{-1})(a^{-2} + b^{-2})^{-1}$$

dokazati da je  $A = B^{-1}$

17. Izračunati:

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{98}$$

Rešenje:  $-\sqrt{2}$

18. Obaviti naznačene operacije:

$$(x\sqrt{x})^3 \cdot 3\sqrt{x^3\sqrt{x}} : x^4\sqrt[6]{x^5}$$

Rešenje:  $3\sqrt[3]{x}$

19. Racionalisati imeniocce razlomka:

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{5}-2} \quad \text{b) } \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

**Rešenje:**

$$\text{a) } 2(\sqrt{5}+2)$$

$$\text{b) } 7-4\sqrt{3}$$

## IV KVADRATNA JEDNAČINA I KVADRATNA FUNKCIJA

20. Odrediti skup rešenja jednačine:

$$\frac{34}{4x^2-1} + \frac{2x+1}{1-2x} = \frac{2x-1}{2x+1}$$

**Rešenje:**

$$\{-2, 2\}$$

21. Rešiti jednačinu:

$$(2x-3)^2 + (2x-5)^2 = 4(x-3)^2 + 30$$

**Rešenje:**

$$\{-2, 4\}$$

22. Za koje je realne vrednosti  $x$  razlomak  $\frac{-x^2+2x-5}{2x^2-x-1}$  manji od -1?

**Rešenje:**

$$x \in \left(-3, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, 2)$$

23. Odrediti skup rešenja sistema:

$$x^2 + y^2 = 29$$

$$x + y = 7$$

**Rešenje:**

$$\{(x = 5, y = 2)$$

$$(x = 2, y = 5)\}$$

24. Odrediti realna rešenja sledeće jednačine:

$$\sqrt{25 - x^2} = 7 - x$$

**Rešenje:**

$$x = 4 \vee x = 3 \wedge x \leq 7$$

25. Rešiti jednačinu:

$$\frac{2x}{x-9} - \frac{x^2 + 25}{x^2 - 81} = \frac{5}{x+9} - \frac{5}{x-9}$$

**Rešenje:**

$$\{-13, -5\}$$

## ***V EKSPONENCIJALNA I LOGARITAMSKA FUNKCIJA***

26. Rešiti eksponencijalnu jednačinu:

a)  $2^{x-3} = 16$

b)  $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

**Rešenje:**

a)  $x = 7$    b)  $x = 3$

27. Rešiti jednačinu:

$$100 \cdot 10^{2x-2} = 1000^{\frac{x+1}{9}}$$

**Rešenje:**  $x = \frac{1}{5}$

28. Rešiti nejednačinu:

$$5^{7x+3} > 5^{-3}$$

**Rešenje:**  $x > -\frac{6}{7}$

29. Rešiti sistem:

$$2^x \cdot 3^y = 12$$

$$2^y \cdot 3^x = 18$$

**Rešenje:**  $(x = 2, y = 1)$

30. Rešiti jednačinu:

$$4^{x+1} + 4^x = 320$$

**Rešenje:**  $x = 3$

31. Rešiti jednačinu:

$$3^{\frac{x-1}{2}} - 2^{\frac{x+1}{3}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 3^{\frac{x-3}{2}}$$

**Rešenje:**  $x = 5$

32. Izračunati vrednost izraza:

$$3\log_5^{25} + 2\log_3^{27} - 4\log_2^8$$

**Rešenje:** 0

33. Rešiti jednačinu:

$$\log(5-x) + 2\log\sqrt{3-x} = 1$$

**Rešenje:**

$$x = 4 - \sqrt{11}$$

34. Rešiti jednačinu:

$$\log_x(5x^2) \cdot \log_5^2 x = 1$$

**Rešenje:**

$$x = \frac{1}{5} \vee x = \sqrt{5}$$

## ***VI TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE***

35. Dokazati sledeći identitet:

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

36. Dokazati sledeći identitet:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$

37. Dokazati identitet:

$$1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

38. Odrediti sva rešenja jednačine:

$$2\sin^2 x + \sin x = 0$$

**Rešenje:**

$$x_k = k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \dots)$$

$$x_m = \frac{7\pi}{6} + 2m\pi$$

$$x_n = \frac{11\pi}{6} + 2n\pi$$

$$(m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

39. Za koje  $\alpha$  važi formula:

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

**Rešenje:**

$$2k\pi \leq \alpha \leq (2k + 1)\pi ,$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

## VII POLIEDRI

40. Pravična četvorostrana prizma ima omotač  $8m^2$  i dijagonalu  $3m$ . Izračunati njenu zapreminu.

**Rešenje:**

$$V = 4m^3 \quad \vee \quad V = \sqrt{2}m^3$$

41. Površina prave trostrane prizme jednaka je  $1440 \text{ cm}^2$ , a njena visina je  $16 \text{ cm}$ . Izračunati osnovne ivice prizme, ako se one odnose kao  $17:10:9$ .

**Rešenje:**

$$a = 34 \text{ cm},$$

$$b = 20 \text{ cm},$$

$$c = 18 \text{ cm}$$

42. Date su osnovna ivica  $a = 10 \text{ cm}$  i visina  $H = 12 \text{ cm}$  pravilne četverostrane piramide. Odrediti njenu površinu i zapreminu.

**Rešenje:**

$$P = 360 \text{ cm}^2,$$

$$V = 400 \text{ cm}^3$$

43. Osnovne ivice pravilne trostrane zarubljene piramide su  $2 \text{ m}$  i  $6 \text{ m}$ . Bočna strana nagnuta je prema većoj osnovi pod uglom od  $60^\circ$ . Izračunati zapreminu te piramide.

**Rešenje:**

$$V = \frac{26\sqrt{3}}{3} \text{ m}^3$$

44. Osnova piramide je pravougaonik čija je površina  $S$  i ugao između dijagonala  $60^\circ$ . Odrediti zapreminu piramide ako su bočne ivice nagnute prema ravni osnove pod uglom od  $45^\circ$ .

**Rešenje:**

$$V = \frac{1}{9} S \sqrt{S} \sqrt[4]{27}$$

45. Ivice pravouglog paralelepipeda  $a, b, c$  koje polaze iz jednog temena odnose se kao  $m : n : p$ , a dijagonala osnove  $(a, b)$  je  $d$ . Izračunati površinu i zapreminu paralelepipeda.

**Rešenje:**

$$V = \frac{mnpd^3}{\sqrt{(m^2 + n^2)^3}}$$

$$P = \frac{2d^2(mn + mp + np)}{m^2 + n^2}$$

## VIII OBRRTNA TELA

46. Koliko je kvadratnih metara metalnog lima potrebno za izradu cilindričnog dimnjaka visine 18m i prečnika 65cm.

**Rešenje:**

$$36,74 \text{ m}^2$$

47. U kružnom valjku upisana je trostrana prizma, a u prizmu je upisan valjak. Odrediti razmeru zapremina tih valjaka.

**Rešenje:**

$$1 : 4$$

48. Izračunati površinu i zapreminu kupe ako je njena izvodnica za 1 cm duža od visine a prečnik osnove je 1 dm.

**Rešenje:**

$$P = 90\pi \text{ cm}^2,$$

$$V = 100\pi \text{ cm}^3$$

49. Površina lopte jednaka je površini omotača valjka opisanog oko te lopte. Dokazati.

50. Visina kupe je 12cm, a površina osnog preseka je 42 cm<sup>2</sup>. Odrediti površinu osnove i izvodnicu kupe.

**Rešenje:**

$$B = 38,465\text{cm}^2$$

$$s = 12,5\text{cm}$$